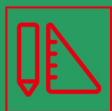


教育图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年专注教育行业

全品学练考

主编 肖德好

练习册

高中数学

必修第一册 BS

天津出版传媒集团
天津人民出版社

01

【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

◆ 知识点一 $y=a^x (a>0, \text{且 } a \neq 1)$ 的图象与

$y=(\frac{1}{a})^x$ 的图象之间的关系

函数 $y=a^x (a>0, \text{且 } a \neq 1)$ 的图象与 $y=(\frac{1}{a})^x$ 的图象关于 y 轴对称.

【诊断分析】 判断正误. (请在括号中打“√”或“×”)

(1) 函数 $y=3^x, x \in [-1, 1]$ 的值域与函数 $y=(\frac{1}{3})^x, x \in [-1, 1]$ 的值域相同. ()

(2) 函数 $y=a^{kx} (a>0 \text{ 且 } a \neq 1, x \in [-k, k] (k>0))$ 的图象关于 y 轴对称. ()

◆ 知识点二 与指数函数有关的复合函数问题

1. 定义域

函数 $y=a^{f(x)} (a>0, \text{且 } a \neq 1)$ 的定义域就是函数 $f(x)$ 的定义域.

2. 值域

求形如 $y=a^{f(x)} (a>0, \text{且 } a \neq 1)$ 的函数的值域时, 应先求 $u=f(x)$ 的值域, 再结合 $y=a^u$ 的单调性求出 $y=a^{f(x)}$ 的值域.

3. 单调性

将函数 $y=a^{f(x)} (a>0, \text{且 } a \neq 1)$ 视为由 $u=f(x)$ 与 $y=a^u$ 复合而成, 利用复合函数单调性的判定方法可判断函数 $y=a^{f(x)}$ 的单调性. 类似地, 可判断函数 $y=f(a^x) (a>0, \text{且 } a \neq 1)$ 的单调性.

【诊断分析】 判断正误. (请在括号中打“√”或“×”)

(1) 函数 $y=2^{f(x)}$ 与函数 $y=f(x)$ 有相同的定义域. ()

(2) 函数 $y=a^{f(x)} (a>0, \text{且 } a \neq 1)$ 与函数 $y=f(x)$ 的单调性相同. ()

02

【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ 探究点一 与对数函数有关的定义域与值域

【提问】 若函数 $y=\log_3(x-1)$ 有意义, 则 x 应满足什么?

例 1 (1) 函数 $y=\log_2 \frac{1}{1-3^x}$ 的定义域为_____.

(2) 函数 $y=\log_{\frac{1}{2}} x, x \in (0, 8]$ 的值域为_____.

变式 (1) [2024·江西新余四中高一月考] 函数 $f(x)=\sqrt{a-\lg x}$ 的定义域为 $(0, 10]$, 则实数 a 的值为 ()

A. 0 B. 10 C. 1 D. $\frac{1}{10}$

(2) 若函数 $f(x)=\log_a x (a>0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 在 $[2, 3]$ 上的最大值为 1, 则 $a=_____$.

【素养小结】

与对数函数有关的定义域、值域问题在求解时要注意对数的性质, 即真数大于 0, 底数大于 0 且不等于 1, 底数不确定时, 还要对底数 a 按照 $a>1, 0<a<1$ 进行分类讨论.

拓展 已知 $a>0$ 且 $a \neq 1$, 若 $\log_a(3a-1)>0$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

◆ 探究点三 比较大小

【提问】 当 $a>1$ 时, $y=\log_a x$ 为_____, 当 $0<a<1$ 时, $y=\log_a x$ 为_____, 运用此单调性可以比较一些对数式的大小.

例 3 (1) 已知 $a=\log_2 2, b=\log_2 3, c=\log_{0.2} 3$, 则 ()

A. $a<c<b$ B. $a<b<c$
C. $b<a<c$ D. $c<a<b$

(2) 若 $\log_a 2 < \log_b 2 < 0$, 则 ()

A. $0<a<b<1$ B. $0<b<a<1$
C. $a>b>1$ D. $b>a>1$

变式 (1) 已知 $a=\log_{0.6} 2, b=\log_6 7, c=0.2^3$, 则 ()

A. $a>b>c$ B. $b>a>c$
C. $c>a>b$ D. $b>c>a$

(2) (多选题) 下列各式中正确的是 ()

A. $\ln 0.8^3 > \ln 0.7^3$
B. $\lg 1.6 > \lg 1.4$
C. $\log_{0.5} 0.4 > \log_{0.5} 0.6$
D. $\log_2 3 > \log_{0.5} 0.2$

03

本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ 题型一 集合的关系与运算

[类型综述] (1)直接给出集合,考查集合的交、并、补集运算,这也是高考试题中主要的考查方式;(2)考查集合之间的关系;(3)根据集合的运算确定集合中的参数.

例 1 (1)集合 $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid -4 < x - 1 < 4, \text{ 且 } x \neq 1\}$ 的真子集的个数是 ()

- A. 16 B. 15 C. 8 D. 7

(2)[2023·全国乙卷] 设全集 $U = \{0, 1, 2, 4, 6, 8\}$, 集合 $M = \{0, 4, 6\}$, $N = \{0, 1, 6\}$, 则 $M \cup (\complement_U N) =$ ()

- A. $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ B. $\{0, 1, 4, 6, 8\}$
C. $\{1, 2, 4, 6, 8\}$ D. U

变式 (1)设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 4, 5\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) =$ ()

- A. $\{1\}$ B. $\{6\}$
C. $\{1, 2\}$ D. \emptyset

04

课时训练选题兼顾典型性和新颖性以及情境命题，增强学生思维训练

6. 设 $f(x)$ 为奇函数且在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减, $f(2) = 0$, 则 $\frac{f(x)}{x} < 0$ 的解集为 ()

- A. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$
B. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } 0 < x < 2\}$
C. $\{x \mid -2 < x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$
D. $\{x \mid -2 < x < 0 \text{ 或 } 0 < x < 2\}$

7. 若函数 $f(x) = \begin{cases} a^x, & x \geq 1, \\ (4 - \frac{a}{2})x + 2, & x < 1 \end{cases}$ 是 \mathbb{R} 上的增

- 函数, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $[4, 8)$ B. $(1, 8)$
C. $(4, 8)$ D. $(1, +\infty)$

8. (多选题) 已知函数 $f(x) = 2^{-x} - 2^x$, 则下列结论中正确的是 ()

- A. $f(0) = 0$
B. $f(x)$ 是奇函数
C. $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上是增函数
D. 对任意的实数 a , 方程 $f(x) - a = 0$ 都有唯一解

12. 若函数 $f(x) = 2^x + \log_2 x$ 在 $[1, a]$ 上的取值范围为 $[n, m]$, 且 $m - n = 16$, 则 $a =$ _____.

15. (5分) 设 A 是整数集的一个非空子集, 对于 $k \in A$, 若 $k - 1 \notin A$, 且 $k + 1 \notin A$, 则称 k 是 A 的一个“孤立元”. 给定集合 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 在由 S 的三个元素构成的所有集合中, 不含“孤立元”的集合个数为 _____.

05

精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

► 滚动习题 (三) [范围 §1~§2]

(时间: 45 分钟 分值: 100 分)

一、选择题(本大题共 7 小题, 每小题 5 分, 共 35 分)

1. 函数 $f(x) = (x - 1)^0 + \sqrt{x - 1} + \frac{1}{x - 2}$ 的定义域为 ()

- A. $(1, 2)$
B. $(2, +\infty)$
C. $(1, 2) \cup (2, +\infty)$
D. $(-\infty, -2) \cup (1, 2)$

7. (多选题) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x < 1, \\ -x^2 + 3, & x \geq 1, \end{cases}$ 则下列关于函数 $f(x)$ 的结论正确的是 ()

- A. $f(x)$ 的值域为 $(-\infty, 3]$
B. $f(0) = 2$
C. 若 $f(x) = -1$, 则 $x = 2$
D. $f(x) < 2$ 的解集为 $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

8. 设 $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = 4x^2 + 5$, 则 $g[f(2)] =$ _____.

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \geq 1, \\ x^2 - x, & x < 1, \end{cases}$ 若 $f(a) = 6$, 则实数 $a =$ _____.

三、解答题(本大题共 3 小题, 共 45 分)

13. (15分) 求下列函数的解析式:

- (1) 已知 $f(\sqrt{x} + 1) = x + 2\sqrt{x}$, 求 $f(x)$;
(2) 已知 $f(x)$ 是一次函数, 且 $f[f(x)] = 16x - 25$, 求 $f(x)$;
(3) 定义在区间 $(-1, 1)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $2f(x) - f(-x) = x^2$, 求 $f(x)$ 的解析式.

Contents

01 第一章 预备知识

PART ONE

- § 1 集合 练 001/导 203
- 1.1 集合的概念与表示 练 001/导 203
- 1.2 集合的基本关系 练 003/导 205
- 1.3 集合的基本运算 练 005/导 207
- 第 1 课时 集合的基本运算(一)——交集与并集 练 005/导 207
- 第 2 课时 集合的基本运算(二)——全集与补集 练 007/导 209
- § 2 常用逻辑用语 练 009/导 211
- 2.1 必要条件与充分条件 练 009/导 211
- 第 1 课时 必要条件与充分条件 练 009/导 211
- 第 2 课时 充要条件 练 011/导 212
- 2.2 全称量词与存在量词 练 013/导 214
- 第 1 课时 全称量词命题与存在量词命题 练 013/导 214
- 第 2 课时 全称量词命题与存在量词命题的否定 练 015/导 216
- ▶ 滚动习题(一) [范围 § 1~§ 2] 练 017
- § 3 不等式 练 019/导 217
- 3.1 不等式的性质 练 019/导 217
- 3.2 基本不等式 练 021/导 219
- 第 1 课时 基本不等式 练 021/导 219
- 第 2 课时 基本不等式的简单应用 练 023/导 221
- § 4 一元二次函数与一元二次不等式 练 025/导 223
- 4.1 一元二次函数 练 025/导 223
- 4.2 一元二次不等式及其解法 练 027/导 225
- 4.3 一元二次不等式的应用 练 029/导 226
- ▶ 滚动习题(二) [范围 § 3~§ 4] 练 031
- ▶ 本章总结提升 导 228

02 第二章 函数

PART TWO

- § 1 生活中的变量关系 练 033/导 233
- § 2 函数 练 035/导 234
- 2.1 函数概念 练 035/导 234
- 2.2 函数的表示法(A) 练 037/导 237

- 2.2 函数的表示法(B) 练 039
- ▶ 滚动习题(三) [范围 § 1~§ 2] 练 041
- § 3 函数的单调性和最值 练 043/导 239
- 第 1 课时 函数的单调性和最值 练 043/导 239
- 第 2 课时 函数的单调性和最值的应用 练 045/导 241
- § 4 函数的奇偶性与简单的幂函数 练 047/导 244
- 4.1 函数的奇偶性 练 047/导 244
- 第 1 课时 函数的奇偶性 练 047/导 244
- 第 2 课时 函数性质的应用 练 049/导 246
- 4.2 简单幂函数的图象和性质 练 051/导 247
- ▶ 滚动习题(四) [范围 § 3~§ 4] 练 053
- ▶ 本章总结提升 导 249

03 第三章 指数运算与指数函数

PART THREE

- § 1 指数幂的拓展 练 055/导 252
- § 2 指数幂的运算性质 练 057/导 253
- § 3 指数函数 练 059/导 255
- 3.1 指数函数的概念 练 059/导 255
- 3.2 指数函数的图象和性质 练 059/导 255
- 第 1 课时 指数函数 $y=a^x (a>1)$ 的图象和性质 练 059/导 255
- 第 2 课时 指数函数 $y=a^x (0<a<1)$ 的图象和性质 练 061/导 257
- 第 3 课时 指数函数图象和性质的综合应用 练 063/导 259
- ▶ 本章总结提升 导 260
- ▶ 滚动习题(五) [范围 § 1~§ 3] 练 065

04 第四章 对数运算与对数函数

PART FOUR

- § 1 对数的概念 练 067/导 262
- § 2 对数的运算 练 069/导 263
- 2.1 对数的运算性质 练 069/导 263
- 2.2 换底公式 练 071/导 265
- ▶ 滚动习题(六) [范围 § 1~§ 2] 练 073
- § 3 对数函数 练 075/导 266
- 3.1 对数函数的概念 练 075/导 266

3.2 对数函数 $y = \log_2 x$ 的图象和性质
练 075/导 266

3.3 对数函数 $y = \log_a x$ 的图象和性质
练 077/导 268

第 1 课时 对数函数 $y = \log_a x$ 的图象和性质
练 077/导 268

第 2 课时 对数函数 $y = \log_a x$ 的性质与应用
练 079/导 271

§ 4 指数函数、幂函数、对数函数增长的比较
练 081/导 273

* § 5 信息技术支持的函数研究 练 081/导 273

▶ 滚动习题(七) [范围 § 3~§ 4] 练 084

▶ 本章总结提升 导 276

05 第五章 函数应用

PART FIVE

§ 1 方程解的存在性及方程的近似解
练 086/导 279

1.1 利用函数性质判定方程解的存在性
练 086/导 279

1.2 利用二分法求方程的近似解 练 088/导 281

§ 2 实际问题中的函数模型 练 090/导 283

2.1 实际问题的函数刻画 练 090/导 283

2.2 用函数模型解决实际问题 练 090/导 283

▶ 本章总结提升 导 286

▶ 滚动习题(八) [范围 § 1~§ 2] 练 094

06 第六章 统计

PART SIX

§ 1 获取数据的途径 练 096/导 288

1.1 直接获取与间接获取数据 练 096/导 288

1.2 普查和抽查 练 096/导 288

1.3 总体和样本 练 096/导 288

§ 2 抽样的基本方法 练 098/导 290

2.1 简单随机抽样 练 098/导 290

2.2 分层随机抽样 练 100/导 292

§ 3 用样本估计总体分布 练 102/导 293

3.1 从频数到频率 练 102/导 293

3.2 频率分布直方图 练 102/导 293

§ 4 用样本估计总体的数字特征 练 105/导 296

4.1 样本的数字特征 练 105/导 296

4.2 分层随机抽样的均值与方差 练 108/导 298

4.3 百分位数 练 111/导 300

▶ 本章总结提升 导 302

▶ 滚动习题(九) [范围 § 1~§ 4] 练 114

07 第七章 概率

PART SEVEN

§ 1 随机现象与随机事件 练 117/导 306

1.1 随机现象 练 117/导 306

1.2 样本空间 练 117/导 306

1.3 随机事件 练 119/导 307

1.4 随机事件的运算 练 121/导 310

§ 2 古典概型 练 123/导 312

2.1 古典概型的概率计算公式 练 123/导 312

2.2 古典概型的应用 练 125/导 314

§ 3 频率与概率 练 128/导 317

§ 4 事件的独立性 练 131/导 318

▶ 本章总结提升 导 320

▶ 滚动习题(十) [范围 § 1~§ 4] 练 134

▶ 滚动习题(十一) [范围 第六章~第七章] 练 136

08 第八章 数学建模活动(一)

PART EIGHT

§ 1 走近数学建模 导 323

§ 2 数学建模的主要步骤 导 323

§ 3 数学建模活动的主要过程 导 323

◆ 参考答案(练习册) 练 139

◆ 参考答案(导学案) 导 325

>> 测评卷

单元素养测评卷(一) [第一章] 卷 01

单元素养测评卷(二) [第二章] 卷 03

单元素养测评卷(三) [第三章] 卷 05

单元素养测评卷(四) [第四章] 卷 07

阶段素养测评卷 [第一章~第四章] 卷 09

单元素养测评卷(五) [第五章] 卷 11

单元素养测评卷(六) [第六章] 卷 13

单元素养测评卷(七) [第七章] 卷 15

模块素养测评卷 [第一章~第八章] 卷 17

◆ 参考答案 卷 19

§1 集合

1.1 集合的概念与表示

一、选择题(本大题共9小题,每小题5分,共45分)

- 下列能组成集合的是 ()
 - 某电视台著名节目主持人
 - 我市跑得快的汽车
 - 某市所有的中学生
 - 数学必修第一册课本中所有的简单题
- 下列表述正确的是 ()
 - $0 \notin \mathbf{N}$
 - $1 \in \{0, 1, 2\}$
 - $0 \in \emptyset$
 - $\frac{1}{2} \notin \mathbf{Q}$
- 下列说法正确的是 ()
 - 由元素0组成的集合是空集
 - 某班个子比较高的同学可以组成一个有限集
 - 集合 $A = \{(x, y) \mid 3x + y = 2, x \in \mathbf{N}\}$ 是有限集
 - 由大于 $\frac{1}{2}$ 的实数组成的集合是一个无限集
- 不等式组 $\begin{cases} x \leq 8, \\ x > -2 \end{cases}$ 的解集可以表示为 ()
 - \emptyset
 - $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 - $[-2, 8)$
 - $(-2, 8]$
- 英文单词“interesting”的所有字母组成的集合共有 ()
 - 7个元素
 - 8个元素
 - 9个元素
 - 11个元素

- 已知集合 $A = \{12, a^2 + 4a, a - 2\}$, 且 $-3 \in A$, 则 $a =$ ()
 - 1
 - 2
 - 3
 - 3
 - 集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid xy = 16, y \in \mathbf{N}\}$ 的元素个数为 ()
 - 3
 - 4
 - 5
 - 6
 - (多选题)下列选项中, P 与 Q 表示同一个集合的是 ()
 - $P = \{x \mid x^2 + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}, Q = \emptyset$
 - $P = \{2, 5\}, Q = \{5, 2\}$
 - $P = \{(2, 5)\}, Q = \{(5, 2)\}$
 - $P = \{x \mid x = 2m + 1, m \in \mathbf{Z}\}, Q = \{x \mid x = 2m - 1, m \in \mathbf{Z}\}$
 - (多选题)下列说法中错误的是 ()
 - 集合 $\{x \in \mathbf{N} \mid x^3 = x\}$ 用列举法表示为 $\{0, 1\}$
 - 实数集可以表示为 $\{x \mid x \text{ 为实数}\}$ 或 \mathbf{R}
 - 方程组 $\begin{cases} x + y = 0, \\ x - y = -1 \end{cases}$ 的解集为 $\left\{x = -\frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}\right\}$
 - 集合 $\{y \mid y = x^2\}$ 与 $\{(x, y) \mid y = x^2\}$ 是同一个集合
- 二、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)
- 用列举法表示由满足 $-1 < x < 2$ 的整数 x 组成的集合为_____.
 - 若 $2 \notin \{x \mid x - a > 0\}$, 则实数 a 的取值范围是_____.
 - 若集合 $\left\{x \mid \frac{a}{3} < x < \frac{3a}{2}\right\}$ 中恰有8个整数元素, 则 a 的值可以为_____.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

三、解答题(本大题共 2 小题,共 20 分)

13. (10 分)用所要求的方法表示下列集合:

- (1) 20 的所有质因数组成的集合 A (列举法);
- (2) 满足小于 3 且大于 -1 的实数组成的集合 B (区间);
- (3) 所有是 4 的倍数的正数组成的集合 C (描述法).

14. (10 分)已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid ax^2 - 3x + 2 = 0\}$.

- (1) 若 $A = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 若 A 中仅有一个元素, 求实数 a 的值及集合 A .

思维探索 选做题

15. (5 分)设 A 是整数集的一个非空子集, 对于 $k \in A$, 若 $k-1 \notin A$, 且 $k+1 \notin A$, 则称 k 是 A 的一个“孤立元”. 给定集合 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 在由 S 的三个元素构成的所有集合中, 不含“孤立元”的集合个数为_____.

16. (15 分)已知集合 $A = \{x \mid x = m + n\sqrt{3}, \text{ 且 } m^2 - 3n^2 = 1, m, n \in \mathbf{Z}\}$.

(1) 判断 $(\sqrt{2} + \sqrt{6})^2$ 是否为 A 中的元素;

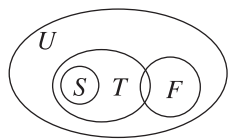
(2) 设 $c \in A$, 求证: $\frac{c}{2 + \sqrt{3}} \in A$;

(3) 证明: 若 $x \in A$, 则 $x + \frac{1}{x}$ 是偶数.

1.2 集合的基本关系

一、选择题(本大题共9小题,每小题5分,共45分)

- 若集合 $P = \{0, 1\}$, 则下列表示中正确的是 ()
 A. $\emptyset = P$ B. $\{0\} \in P$
 C. $\mathbf{N} \subseteq P$ D. $\{1\} \subseteq P$
- 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | -2 < x < 2\}$, 则集合 A 的真子集的个数是 ()
 A. 8 B. 7
 C. 4 D. 3
- 已知集合 $P = \{x | 2x - 8 < 0\}$, $Q = \{x | x^2 + 3x + 2 = 0\}$, 则集合 P, Q 的关系为 ()
 A. $P = Q$
 B. $P \subseteq Q$
 C. $Q \subseteq P$
 D. P, Q 之间不存在包含关系
- 已知集合 U, S, T, F 的关系如图所示, 给出下列关系: ① $S \in U$; ② $F \subseteq T$; ③ $S \subseteq T$; ④ $S \subseteq F$; ⑤ $S \in F$; ⑥ $F \subseteq U$. 其中正确关系的序号是 ()



- ①③ B. ②③
 C. ③④ D. ③⑥
- [2024·江西赣州高一期末] 若集合 $A = \{x | x - 1 < 0\}$, $B = \{x | nx < 11\}$, 且 $A \subseteq B$, 则 n 的取值范围是 ()
 A. $(0, 11]$
 B. $[0, 11]$
 C. $(11, +\infty)$
 D. $(-\infty, 11]$
 - [2024·山东淄博七中高一月考] 已知集合 $M = \left\{ m \mid m = \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{z}{|z|} + \frac{xyz}{|xyz|}, x, y, z \text{ 为非零实数} \right\}$, 则 M 的子集个数是 ()
 A. 2 B. 8
 C. 4 D. 16

- 已知集合 $M = \left\{ x \mid x = k - \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z} \right\}$, $N = \left\{ x \mid x = \frac{k}{2} - 1, k \in \mathbf{Z} \right\}$, 则集合 M 与集合 N 的关系是 ()
 A. $M \subsetneq N$
 B. $N \subsetneq M$
 C. $M = N$
 D. 不能确定

- (多选题) 下列选项中两集合相等的是 ()
 A. $P = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$, $Q = \{x | x = 2(n - 1), n \in \mathbf{Z}\}$
 B. $P = \{x | x = 2n - 1, n \in \mathbf{N}_+\}$, $Q = \{x | x = 2n + 1, n \in \mathbf{N}_+\}$
 C. $P = \{x | x^2 - x = 0\}$, $Q = \left\{ x \mid x = \frac{1 + (-1)^n}{2}, n \in \mathbf{Z} \right\}$
 D. $P = \{(x, y) | y = x - 1\}$, $Q = \{y | y = x - 1\}$

- (多选题) [2024·湖南长沙德成学校高一月考] 已知集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{x | x \in A, x \in \mathbf{N}\}$, $C = \{x | x \subseteq A\}$, 则关于集合 A, B, C 之间的关系, 下列说法正确的有 ()
 A. $A = B$ B. $A \subsetneq B$
 C. $A \in C$ D. $A \subseteq C$

二、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

- 已知关系式: ① $\{1, 2\} = \{2, 1\}$, ② $1 \in \{1, 2\}$, ③ $\{1\} \in \{1, 2\}$, ④ $\emptyset \subsetneq \{0\}$. 其中不正确的序号是_____.
- [2024·昆明一中高一月考] 已知实数 a, b, c , 集合 $A = \{a, 0, -1\}$, $B = \left\{ c + b, \frac{1}{a+b}, 1 \right\}$, 且 $A = B$, 则 $a - b - c =$ _____.
- 集合 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x \geq 1\}$, $B = \{x | ax + 2 \leq 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是_____.

班级
姓名
答题区
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题(本大题共 2 小题,共 20 分)

13. (10 分)(1)已知集合 $P = \{y \mid y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $Q = \{y \mid y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $S = \{x \mid y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, 试判断 P 与 Q , P 与 S 的关系.

(2)已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid -1 < x < 3\}$, 写出集合 A 的所有子集与真子集.

14. (10 分)设集合 $A = \{x \mid x^2 - 8x + 15 = 0\}$, $B = \{x \mid ax - 1 = 0\}$.

(1)若 $a = \frac{1}{5}$, 试判断集合 A 与 B 的关系;

(2)若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值集合.

思维探索 选做题

15. (5 分)[2024·吉林集安一中高一月考] 对于非空数集 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} (n \in \mathbf{N}^*)$, 其所有元素的算术平均数记为 $E(A)$, 即 $E(A) = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$. 若非空数集 B 满足下列

两个条件: ① $B \subseteq A$; ② $E(B) = E(A)$, 则称 B 为 A 的一个“保均值子集”. 据此, 集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的“保均值子集”有 _____ 个.

16. (15 分)对于含有有限个元素的数集, 定义“元素和”如下: 把集合中的各数相加; 定义“交替和”如下: 把集合中的数按从大到小的顺序排列, 然后从最大的数开始交替减加各数. 例如 $\{4, 6, 9\}$ 的元素和是 $4 + 6 + 9 = 19$; 交替和是 $9 - 6 + 4 = 7$. 而 $\{5\}$ 的元素和与交替和都是 5.

(1)求集合 $\{1, 2, 3\}$ 的所有非空子集的元素和的总和;

(2)求集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 的所有非空子集的元素和的总和.

1.3 集合的基本运算

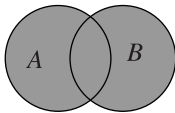
第1课时 集合的基本运算(一)——交集与并集

一、选择题(本大题共9小题,每小题5分,共45分)

1. [2024·山东淄博四中高一月考] 已知集合 $A = \{x | -1 \leq x < 1\}$, $B = \{-1, 0, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $\{0\}$ B. $\{-1, 0\}$
C. $\{-1, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. [2024·山东青岛十九中期中] 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{y | y = (-1)^x, x \in \mathbf{N}\}$, 则 $A \cup B =$ ()
- A. $\{1, 3\}$ B. $\{-1, 3\}$
C. $\{-1, 1, 3\}$ D. $\{-1\}$

3. 已知集合 $A = (0, 2)$, $B = (1, 3)$, 则图中阴影部分所表示的集合为 ()
- A. $(1, 2)$
B. $(0, 3)$
C. $(-\infty, 3)$
D. $(0, +\infty)$



4. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{-1, 0, 2, 3\}$, $C = \{x | -1 \leq x < 2\}$, 则 $(A \cup B) \cap C =$ ()
- A. $\{-1, 1\}$ B. $\{0, 1\}$
C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{2, 3, 4\}$

5. 已知集合 $A = \{(x, y) | y = x - 1\}$, $B = \{(x, y) | y = 3x + 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $\{(1, 0)\}$ B. $\{(2, 1)\}$
C. $\{(-1, -2)\}$ D. $\{(-2, -3)\}$

6. 某校举办运动会, 某班参加田赛的学生有9人, 参加径赛的学生有14人, 两项都参加的有5人, 那么该班参加本次运动会的学生共有 ()
- A. 28人 B. 23人
C. 18人 D. 16人

7. 已知集合 $A = \{x | 1 < x < 3\}$, $B = \{x | 2m < x < 1 - m\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $m \geq \frac{1}{3}$ B. $0 \leq m < \frac{1}{3}$
C. $m \leq 0$ D. $m \geq 0$

8. (多选题) 已知集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $M \cap N = \{4, 5\}$, 则 N 可能为 ()
- A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ B. $\{4, 5, 6\}$
C. $\{4, 5\}$ D. $\{3, 4, 5\}$

9. (多选题) [2024·河北唐山一中期中] 已知集合 $A = \{1, 2\}$, 集合 $B = \{0, 2\}$, 设集合 $C = \{z | z = xy, x \in A, y \in B\}$, 则下列结论中错误的是 ()
- A. $A \cap C = \emptyset$ B. $A \cup C = C$
C. $B \cap C = B$ D. $A \cup B = C$

二、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

10. 已知集合 $A = \mathbf{N}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

11. 已知集合 $A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{2, a\}$, 若 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$, 则 $a =$ _____.

12. 已知集合 $A = \{x | 0 < x < 2\}$, $B = \{x | -1 < x < 1\}$, $C = \{x | mx + 1 > 0\}$, 若 $(A \cup B) \subseteq C$, 则实数 m 的取值范围是_____.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题(本大题共 2 小题,共 20 分)

13. (10 分)已知集合 $A = \{x \mid x < -4 \text{ 或 } x > 1\}$,
 $B = \{x \mid -3 \leq x - 1 \leq 2\}$.

(1)求 $A \cap B, A \cup B$;

(2)若集合 $M = \{x \mid 2k - 1 \leq x \leq 2k + 1\}$ 是集合 A 的子集,求实数 k 的取值范围.

14. (10 分)设集合 $A = \{x \mid x^2 + ax - 3 = 0\}, B = \{x \mid x^2 - 4x + b = 0\}, A \cap B = \{1\}, C = \{-3, 2\}$.

(1)求 a, b 的值及集合 A, B ;

(2)求 $(A \cup C) \cap (B \cup C)$.

思维探索 选做题

15. (5 分)[2024·四川阆中中学高一期中] 设集合 $A = \{x \mid x^2 - (a + 2)x + 2a = 0\}, B = \{x \mid x^2 - 5x + 4 = 0\}$, 若集合 $A \cup B$ 中所有元素之和为 7, 则实数 a 的值可以为 _____. (写出两个符合条件的值, 只写一个或有错误的均不得分)

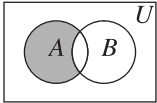
16. (15 分)已知非空集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 0 < x < 3\}, B = \{y \in \mathbf{N} \mid 0 < my - 1 < 2, m > 0\}$, 且 $A \cap B = A \cup B$, 求实数 m 的取值范围.



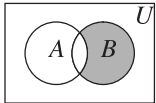
第2课时 集合的基本运算(二)——全集与补集

一、选择题(本大题共9小题,每小题5分,共45分)

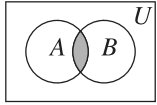
1. 设全集 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $A = \{4, 8\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 - A. $\{4, 8\}$
 - B. $\{2, 6\}$
 - C. $\{2, 6, 10\}$
 - D. $\{2, 4, 6, 8, 10\}$
2. 已知全集 U 为 \mathbf{R} , 集合 $A = \{x \mid -1 \leq x < 2\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 - A. $\{x \mid x < -1, \text{或 } x \geq 2\}$
 - B. $\{x \mid -1 < x \leq 2\}$
 - C. $\{x \mid x \leq -1, \text{或 } x > 2\}$
 - D. $\{x \mid -1 \leq x < 2\}$
3. 设全集 $U = \{3, 1, a^2 - 2a + 1\}$, 集合 $A = \{1, 3\}$, $\complement_U A = \{0\}$, 则实数 a 的值为 ()
 - A. 0
 - B. 1
 - C. -2
 - D. -1
4. 若全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid -2 < x < 2\}$, 则 $\complement_U A$ 的子集的个数为 ()
 - A. 1
 - B. 2
 - C. 3
 - D. 4
5. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$, $C = \{7\}$, 则下列 Venn 图中阴影部分表示集合 C 的是 ()



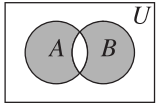
A



B



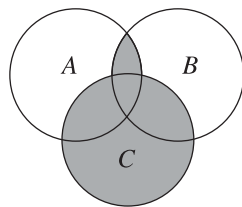
C



D

6. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = [1, +\infty)$, $N = [0, 5)$, 则 $(\complement_U M) \cup (\complement_U N) =$ ()
 - A. $[0, +\infty)$
 - B. $(-\infty, 1) \cup [5, +\infty)$
 - C. $(-\infty, 1] \cup [5, +\infty)$
 - D. $(-\infty, 0) \cup [5, +\infty)$

7. [2024·江西丰城东煌中学高一月考] 下列集合表示图中阴影部分的是 ()



- A. $(A \cup C) \cap (B \cup C)$
 - B. $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
 - C. $(A \cup B) \cup (B \cup C)$
 - D. $(A \cup B) \cap C$
8. (多选题) 已知集合 $A = \{x \mid x < -3, \text{或 } x > 1\}$, $B = \{x \mid x \leq -4, \text{或 } x > a\}$, 若 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$ 中恰好含有 2 个整数, 则实数 a 的取值可以是 ()
 - A. 3
 - B. $\frac{10}{3}$
 - C. $\frac{7}{2}$
 - D. 4
 9. (多选题) 若集合 M, N 满足 $M \subseteq N \subseteq U$ (其中 U 为全集), 则下列结论正确的是 ()
 - A. $M \cap N = M$
 - B. $(\complement_U M) \subseteq (\complement_U N)$
 - C. $M \subseteq (M \cap N)$
 - D. $\complement_U (M \cup N) = \complement_U N$

二、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

10. 已知全集 $U = \{x \mid x \geq -1\}$, 集合 $A = \{x \mid 0 < x \leq 2\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
11. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且集合 $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$ _____.
12. 已知集合 $A = \{x \mid x > a\}$, $B = \{x \mid x > 1\}$, 若 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) \neq \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题(本大题共 2 小题,共 20 分)

13. (10 分) 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, 集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, $C = \{3, 5, 7, 9\}$. 求:

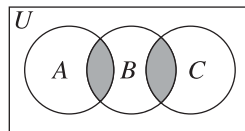
- (1) $A \cap B, A \cup B, \complement_U A$;
 (2) $A \cap (\complement_U B), A \cup (B \cap C)$.

14. (10 分) 已知全集为 \mathbf{R} , 集合 $A = \{x | x < 1\}$, 集合 $B = \{x | x > 3, \text{ 或 } x < -2\}$.

- (1) 求 $A \cup B, A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$;
 (2) 设 $D = A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$, 若 $C = \{x | 1 - m < x < m\}, C \subseteq D$, 求实数 m 的取值范围.

► 思维探索 选做题

15. (5 分)(多选题)[2024·江西赣州一中高一月考] 下列集合表示图中阴影部分的是 ()



- A. $B \cap (A \cup C)$
 B. $(\complement_U B) \cap (A \cup C)$
 C. $B \cap [\complement_U (A \cup C)]$
 D. $(A \cap B) \cup (B \cap C)$
16. (15 分) 已知全集 $U = \{x \in \mathbf{Z} | -3 \leq x < 3\}$, $A = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$, $B = \{x | ax^2 - x = 0\}$, $C = \{-1, 2\}$.
- (1) 若 $B \cap C \neq \emptyset$, 且 $(B \cap C) \subseteq A$, 求 a 的值及集合 B ;
 (2) 若 $\complement_U (A \cup B \cup C) = \{1\}$, 求 a 的值及 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

§2 常用逻辑用语

2.1 必要条件与充分条件

第1课时 必要条件与充分条件

一、选择题(本大题共9小题,每小题5分,共45分)

1. 钱大姐常说“好货不便宜”,她这句话的意思是“好货”是“不便宜”的 ()
- A. 充分条件
B. 必要条件
C. 无法判断
D. 充分条件也是必要条件
2. “ $-2 < x < 3$ ”的一个充分条件是 ()
- A. $-2 < x < 4$
B. $0 < x < 3$
C. $-3 < x < 2$
D. $-3 < x < 3$
3. “ $-\frac{1}{2} < x < 3$ ”的一个必要条件是 ()
- A. $1 < x < 2$ B. $-1 < x < 6$
C. $-3 < x < \frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2} < x < 0$
4. 设 A, B 是非空集合, $A = \{a \mid a \text{ 具有性质 } \alpha\}$, $B = \{b \mid b \text{ 具有性质 } \beta\}$, 若“ c 具有性质 β ”是“ c 具有性质 α ”的充分条件, 则 ()
- A. $A \subseteq B$
B. $B \subseteq A$
C. $A \cap B = \emptyset$
D. 以上都不对
5. 有以下说法:
- (1)“ m 是自然数”是“ m 是整数”的充分条件;
(2)“两个三角形对应角相等”是“这两个三角形全等”的必要条件;
(3)“ $(a+b) \cdot (a-b) = 0$ ”是“ $a = b$ ”的必要条件.
- 其中正确的个数为 ()
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
6. 若“ $x > 3$ ”是“ $x > t$ ”的充分条件, 则实数 t 的取值范围是 ()
- A. $t \geq 3$ B. $t > 3$
C. $t \leq 3$ D. $t < 3$
7. 已知 $p: m-1 < x < m+1, q: 2 < x < 6$, 且 q 是 p 的必要条件, 则实数 m 的取值范围为 ()
- A. $(3, 5)$
B. $[3, 5]$
C. $(-\infty, 3) \cup (5, +\infty)$
D. $(-\infty, 3] \cup [5, +\infty)$
8. (多选题) 已知集合 M, N 为 \mathbf{R} 的非空子集, 且 $M \neq N$, 则下列选项中 p 是 q 的充分条件的是 ()
- A. $p: a \in M \cap N, q: a \in M$
B. $p: a \in M \cup N, q: a \in M$
C. $p: \complement_{\mathbf{R}} M \subseteq N, q: M \cup (\complement_{\mathbf{R}} N) = M$
D. $p: M \cap (\complement_{\mathbf{R}} N) = M, q: \complement_{\mathbf{R}} M \subseteq N$
9. (多选题) 已知集合 $A = \{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}, B = \{x \mid mx + 1 = 0\}$, 则“ B 是 A 的真子集”的充分条件可以是 ()
- A. $m \in \left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}$
B. $m \in \left\{\frac{1}{2}\right\}$
C. $m \in \left\{0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}$
D. $m \in \left\{0, \frac{1}{3}\right\}$

二、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

10. 如果甲是乙的必要条件, 丙是乙的充分条件, 那么丙是甲的_____. (从“充分条件”“必要条件”中选填)
11. 已知集合 $A = \{x \mid x > 2\}, B = \{x \mid bx > 1\}$, 其中 b 为实数. 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的充分条件, 则 b 的取值可以是_____. (答案不唯一, 写出一个即可)
12. 设 α, β 是方程 $x^2 - ax + b = 0$ 的两个实根, 则“ $a > 2$ 且 $b > 1$ ”是“ α, β 均大于 1”的_____. (从“充分条件”“必要条件”中选填)

班级
姓名
答题区
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题(本大题共 2 小题,共 20 分)

13. (10 分)在下列各题中,试判断 p 是 q 的充分条件还是必要条件.

(1) $p: a^2 + b^2 = 0, q: a + b = 0;$

(2) $p: (x+1)(x-2) = 0, q: x+1 = 0;$

(3) $p: a \leq -2$ 或 $a \geq 2, q: a \leq -2$ 或 $a \geq 6.$

14. (10 分)已知全集 $U = \mathbf{R}$,集合 $A = \{x | 0 < x < 1\}$,非空集合 $B = \{x | a < x < 1 - a\}$.

(1)当 $a = -1$ 时,求 $(\complement_U A) \cap B$;

(2)已知“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要条件,求实数 a 的取值范围.

思维探索 选做题

15. (5 分)集合 $A = \{x | -1 < x < 2\}, B = \{x | a < x < b\}$,若“ $a = -2$ ”是“ $A \cap B \neq \emptyset$ ”的充分条件,则 b 的取值范围是 ()

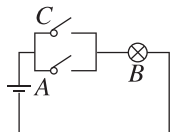
- A. $(-\infty, -1)$ B. $(-1, +\infty)$
C. $[-1, +\infty)$ D. $(-1, 2)$

16. (5 分)[2024 · 广东佛山南海区石门中学月考]已知集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} | \text{点}(x-1, x-a) \text{不在第一、三象限}\}$,集合 $B = \{t | 1 \leq t < 3\}$,若“ $y \in B$ ”是“ $y \in A$ ”的必要条件,则实数 a 的取值范围是 _____.

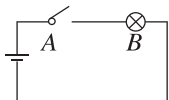
第 2 课时 充要条件

一、选择题(本大题共 9 小题,每小题 5 分,共 45 分)

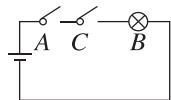
- 已知 x_1, x_2 是方程 $x^2 + mx + n = 0$ 的两个实根, 则“ $x_1 x_2 = 2$ ”是“ $n = 2$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- [2024·安徽池州贵池区高一期中] 王安石在《游褒禅山记》中说过一段话:“而世之奇伟、瑰怪、非常之观,常在于险远,而人之所罕至焉,故非有志者不能至也”. 从数学逻辑角度分析,“有志”是“能至”的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 既不充分也不必要条件
 C. 充要条件
 D. 必要不充分条件
- 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则“ $abc = 0$ ”是“ $a^4 + b^4 + c^4 = 0$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 既不充分也不必要条件
 D. 充要条件
- “等式 $|a+b| = ||a| - |b||$ 成立”的充要条件是 ()
 A. $ab = 0$ B. $ab > 0$
 C. $ab \geq 0$ D. $ab \leq 0$
- 已知集合 $A = \{x | a - 2 \leq x < a + 2\}$, $B = \{x | x \leq -2, \text{ 或 } x \geq 4\}$, 则“ $A \cap B = \emptyset$ ”的充要条件是 ()
 A. $0 \leq a \leq 2$ B. $-2 < a < 2$
 C. $0 < a \leq 2$ D. $0 < a < 2$
- 设计如图所示的四个电路图, 则能表示“开关 A 闭合”是“灯泡 B 亮”的必要不充分条件的一个电路图是 ()



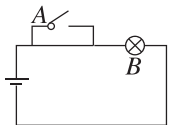
A



B



C



D

- “当 $1 \leq x \leq 2$ 时, $x^2 - a \leq 0$ 恒成立”的一个充分不必要条件是 ()
 A. $a \geq 4$
 B. $a \geq 5$
 C. $a \leq 4$
 D. $a \leq 5$
- (多选题) 设全集为 U , A, B 是 U 的子集, 在下列选项中是“ $B \subseteq A$ ”的充要条件的有 ()
 A. $A \cap B = A$
 B. $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$
 C. $(\complement_U A) \subseteq (\complement_U B)$
 D. $A \cup (\complement_U B) = U$
- (多选题) [2024·广东佛山容山中学高一月考] 下列说法正确的是 ()
 A. “ $x \in A$ ”是“ $x \in A \cap B$ ”的必要不充分条件
 B. 若 p 是 q 的必要不充分条件, p 是 r 的充要条件, 则 q 是 r 的充分不必要条件
 C. “方程 $ax^2 + x + a = 0$ 有唯一解”的充要条件是“ $a = \pm \frac{1}{2}$ ”
 D. 若 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, $\langle x \rangle$ 表示不小于 x 的最小整数, 则“ $[a] = \langle b \rangle$ ”是“ $a \geq b$ ”的充要条件

二、填空题(本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分)

- 已知 q 是 r 的必要条件, s 是 r 的充分条件, q 是 s 的充分条件, 则 s 是 q 的 _____ 条件. (从“充分不必要”“必要不充分”“充要”中选填)
- 若“ $x < -2$ ”是“ $x \leq a$ ”的必要不充分条件, 则 a 的取值范围是 _____.
- 关于 x 的方程 $x^2 + ax + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根的充要条件是 _____.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题(本大题共 2 小题,共 20 分)

13. (10 分)下列所给的各组 p, q 中, p 是 q 的什么条件?

(1) p : 点在角的平分线上, q : 点到角的两边所在直线的距离相等;

(2) p : 两个直角三角形的斜边相等, q : 两个直角三角形全等;

(3) $p: x^2 - 1 = 0, q: |x| - 1 = 0$.

14. (10 分)求证:“一元二次方程 $x^2 + (m+1)x + 2 = 0$ 有两个实数根,且有一根为 -1 ”的充要条件是“ $m = 2$ ”.

思维探索 选做题

15. (5 分)[2024 · 四川广元中学高一月考] “ a, b 至少有一个不为 0”是“ $a^2 + b^2 \neq 0$ ”的 _____ 条件.(用“充要”“充分不必要”“必要不充分”“既不充分也不必要”填空)

16. (15 分)[2024 · 重庆八中高一期中] 已知 $\triangle ABC$ 的三边长为 a, b, c , 其中 $a = 2$. 求证: “ $\triangle ABC$ 为等边三角形”的充要条件是“ $b^2 + c^2 - 2(b+c) = bc - 4$ ”.

2.2 全称量词与存在量词

第1课时 全称量词命题与存在量词命题

一、选择题(本大题共9小题,每小题5分,共45分)

1. 下列命题中不是全称量词命题的是 ()
- A. 任意一个自然数都是正整数
B. 有的质数是偶数
C. 三角形的内角和是 180°
D. 等边三角形是等腰三角形
2. 将 $a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$ 改写成全称量词命题,则下列结论正确的是 ()
- A. 存在 $a, b \in \mathbf{R}$, 使得 $a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$
B. 存在 $a < 0, b > 0$, 使得 $a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$
C. 对任意的 $a > 0, b > 0$, 都有 $a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$
D. 对任意的 $a, b \in \mathbf{R}$, 都有 $a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$
3. 下列命题中是存在量词命题且为假命题的是 ()
- A. $\exists x \in \mathbf{R}$, 使 $1 - x^2 \geq 0$
B. 所有的正方形都是矩形
C. $\exists x \in \mathbf{R}$, 使 $x^2 + 2x + 2 \leq 0$
D. $\exists x \in \mathbf{R}$, 使 $x^3 + 1 = 0$
4. 下列命题中是全称量词命题且为真命题的是 ()
- A. $\forall x \in \mathbf{R}$, 有 $x^2 > 0$
B. $\forall x, y \in \mathbf{Q}$, 有 $x + y \in \mathbf{Q}$
C. $\exists x \in \mathbf{Z}$, 使 $-x^2 + 1 \geq 1$
D. $\forall x, y \in \mathbf{R}$, 有 $|x| + |y| > 0$
5. 已知“存在 $x \in \{x | -2 < x < 3\}$, 使得等式 $2x - m = 0$ 成立”是真命题,则实数 m 的取值范围是 ()
- A. $(-4, 6)$
B. $[-4, 6]$
C. $(-\infty, -4) \cup [6, +\infty)$
D. $(-\infty, -4] \cup [6, +\infty)$
6. [2024·福建莆田四中高一月考] 已知“ $\forall x \in \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, 有 $p > x$ ”为真命题,“ $\exists x \in \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, 使 $q > x$ ”为真命题,则 ()
- A. $p > 0, q > 0$ B. $p > 0, q > 2$
C. $p > 2, q > 0$ D. $p > 2, q > 2$

7. 已知 $p: \forall x \in [1, 2]$, 有 $x^2 - a < 0$, $q: \exists x \in \mathbf{R}$, 使 $x^2 + 2x + 2 - a = 0$. 若 p 和 q 都是真命题,则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $a > 4$ B. $a < 4$
C. $a \geq 1$ D. $a \leq 1$
8. (多选题)下列说法中正确的是 ()
- A. “菱形的两条对角线相等”是存在量词命题且为真命题
B. “三角形的外角和为 360° ”是全称量词命题且为真命题
C. “至少存在一个实数 x , 使得 $|x| \geq 0$ ”是含有存在量词的真命题
D. “能被3整除的整数,其各位数字之和也能被3整除”是全称量词命题
9. (多选题)[2024·云南昆明呈贡一中高一月考] 若“ $\exists x \in M$, 使 $x < 0$ ”为真命题,“ $\exists x \in M$, 使 $x \geq 4$ ”为假命题,则集合 M 可以是 ()
- A. $\{x | x < 1\}$ B. $\{x | -1 \leq x \leq 4\}$
C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. $\{x | -4 < x < 4\}$

二、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

10. 现有下列4个命题:①菱形的四条边相等;② $\exists a \in \mathbf{R}$, 使 $|a| = 1$;③存在一个质数为偶数;④正数的平方是正数. 其中,存在量词命题的个数为_____.
11. 给出下列命题:
- ① $\exists x \in \mathbf{Z}$, 使 $x^2 = 3$;
② $\exists x \in \mathbf{R}$, 使 $x^2 = 2$;
③ $\forall x \in \mathbf{R}$, 有 $x^2 + 2x + 3 > 0$.
- 其中真命题的序号是_____.
12. [2024·湖北襄阳宜城一中高一月考] 已知 $P: \exists x \in \mathbf{R}$, 使 $x^2 - 4x + a = 0$, $Q: \forall x \in [1, 3]$, 有 $a > x - 1$. 若命题 P 为假命题且 Q 为真命题,则实数 a 的取值范围是_____.

班级
姓名
答题区
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题(本大题共 2 小题,共 20 分)

13. (10 分)用量词符号“ \forall ”“ \exists ”表述下列命题.

- (1)实数都能写成小数形式;
- (2)有一个有理数 x 满足 $x^2=4$;
- (3)方程 $x^2+2x+8=0$ 有实数解.

14. (10 分)[2024·江西宜春百树学校高一开学考]

判断下列命题是全称量词命题还是存在量词命题,并判断其真假.

- (1)至少有一个整数,既能被 11 整除,又能被 9 整除;
- (2) $\forall x \in \mathbf{R}$,有 $x^2-4x+6>0$;
- (3) $\exists x \in \mathbf{N}^*$,使 x 为 29 的约数;
- (4) $\forall x \in \mathbf{N}$,有 $x^2>0$.

► 思维探索 选做题

15. (5 分)设非空集合 P, Q 满足 $P \cap Q = Q$,且 $P \neq Q$,则下列命题中为假命题的是 ()

- A. $\forall x \in Q$,有 $x \in P$
- B. $\exists x \in P$,使 $x \notin Q$
- C. $\exists x \notin Q$,使 $x \in P$
- D. $\forall x \notin Q$,有 $x \notin P$

16. (15 分)已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$,非空集合 $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$.

(1)设 $p: \forall x \in B$,有 $x \in A$,若 p 是真命题,求实数 m 的取值范围;

(2)设 $q: \exists x \in A$,使 $x \in B$,若 q 是真命题,求实数 m 的取值范围.

第2课时 全称量词命题与存在量词命题的否定

一、选择题(本大题共9小题,每小题5分,共45分)

1. “ $\forall x \in \mathbf{N}$, 有 $8x+1$ 是奇数”的否定是 ()
 - A. $\exists x \in \mathbf{N}$, 使 $8x+1$ 不是奇数
 - B. $\forall x \in \mathbf{N}$, 有 $8x+1$ 不是奇数
 - C. $\forall x \notin \mathbf{N}$, 有 $8x+1$ 不是奇数
 - D. $\exists x \in \mathbf{N}$, 使 $8x+1$ 是奇数
2. “至多四个”的否定为 ()
 - A. 至少四个
 - B. 至少五个
 - C. 有四个
 - D. 有五个
3. 已知命题 p : 所有正方形都是平行四边形, 则 p 的否定为 ()
 - A. 所有正方形都不是平行四边形
 - B. 有的平行四边形不是正方形
 - C. 有的正方形不是平行四边形
 - D. 不是正方形的四边形不是平行四边形
4. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}$, 使 $1 < x^2 \leq 2$ ”的否定是 ()
 - A. $\forall x \in \mathbf{R}$, 有 $1 < x^2 \leq 2$
 - B. $\exists x \in \mathbf{R}$, 使 $1 < x^2 < 2$
 - C. $\exists x \in \mathbf{R}$, 使 $x^2 \leq 1$ 或 $x^2 > 2$
 - D. $\forall x \in \mathbf{R}$, 有 $x^2 \leq 1$ 或 $x^2 > 2$
5. 已知命题 p : $\forall x \in [0, 2]$, 有 $x^2 - 3x + 2 > 0$, 则命题 p 的否定是 ()
 - A. $\exists x \in [0, 2]$, 使 $x^2 - 3x + 2 < 0$
 - B. $\exists x \in [0, 2]$, 使 $x^2 - 3x + 2 \leq 0$
 - C. $\exists x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$, 使 $x^2 - 3x + 2 \leq 0$
 - D. $\forall x \in [0, 2]$, 有 $x^2 - 3x + 2 \leq 0$
6. 若命题“ $\forall x \in \mathbf{R}$ 且 $x \neq 0$, 有 $|x| > ax$ ”的否定是假命题, 则实数 a 的取值范围是 ()
 - A. $\{a \mid 0 < a < 1\}$
 - B. $\{a \mid -1 < a < 0\}$
 - C. $\{a \mid -1 < a < 1\}$
 - D. $\{a \mid 0 < a < 2\}$
7. 已知 p : $\forall x \in [1, 2]$, 有 $2x + m > 0$, 若 p 是假命题, 则实数 m 的取值范围是 ()
 - A. $[1, 2]$
 - B. $(-\infty, -2]$
 - C. $(-\infty, -4]$
 - D. $[-2, +\infty)$
8. (多选题)[2024·河南安阳高一期中] 下列说法正确的是 ()
 - A. 命题“ $\exists x > 0$, 使 $x^2 - 6x - 12 = 0$ ”的否定为“ $\forall x > 0$, 有 $x^2 - 6x - 12 \neq 0$ ”
 - B. 命题“ $\forall x > 0$, 有 $x(x-4) > 0$ ”的否定为“ $\exists x \leq 0$, 使 $x(x-4) \leq 0$ ”
 - C. 命题“任意一个平行四边形的四个顶点都在同一个圆上”的否定是假命题
 - D. 命题“存在两个不全等三角形的面积相等”的否定是假命题
9. (多选题)[2024·江西部分学校高一联考] 命题 p : $\exists x \in \mathbf{R}$, 使 $\sqrt{x} = \sqrt{2x+1}$, 命题 q : $\forall x \in (0, +\infty)$, 有 $x^2 < x^3$, 则 ()
 - A. p 的否定是假命题
 - B. q 的否定是真命题
 - C. p 是存在量词命题
 - D. q 是全称量词命题

二、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

10. 已知命题 p : $\forall x < -1$, 有 $x^2 > 1$, 则命题 p 的否定是_____.
11. 命题 p “存在实数 x, y , 使得 $x + y > 1$ ”, 用符号表示为_____, 命题 p 的否定是_____, 命题 p 的否定是_____ (填“真”或“假”)命题.
12. [2024·福建莆田二中高一月考] 已知 p : $\forall x \in [1, 2]$, 有 $x^2 - a \geq 0$, q : $\exists x \in \mathbf{R}$, 使 $x^2 + 2ax + 4 = 0$. 若命题 p 的否定和命题 q 都是真命题, 则实数 a 的取值范围是_____.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

三、解答题(本大题共 2 小题,共 20 分)

13. (10 分)写出下列命题的否定,并判断所得命题的真假.

- (1) p :每一个素数都是奇数;
 (2) q :有些实数的绝对值是正数;
 (3) r :某些平行四边形是菱形.

14. (10 分)已知 $p: \forall x \in [1, 3], 有 m \geq x, q: \exists x \in [1, 3], 使 m \geq x$.

- (1)写出 q 的否定;
 (2)若 p 为真命题, q 的否定为假命题,求实数 m 的取值范围.

思维探索 选做题

15. (5 分)设 A, B 为两个非空数集,且 A 与 B 之间不存在包含关系,给出下列三个命题:

- ①对任意的 $x \in A$,有 $x \notin B$;
 ②对任意的 $x \in B$,有 $x \notin A$;
 ③存在 $x \in A$,使得 $x \notin B$.

上述三个命题的否定是真命题的序号是 _____.

16. (15 分)(1)是否存在实数 m ,使不等式 $m > -(x^2 - 2x + 5)$ 对于任意的 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立? 并说明理由.

(2)若存在一个实数 x ,使不等式 $m > x^2 - 2x + 5$ 成立,求实数 m 的取值范围.

